

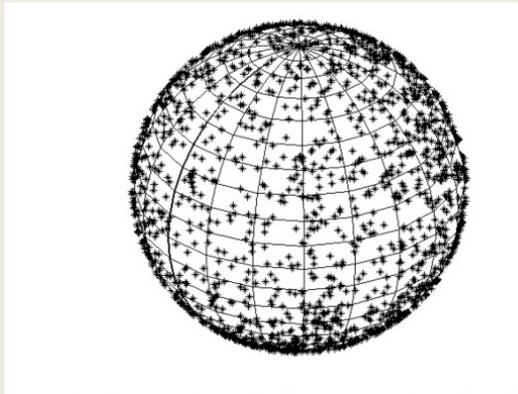
Разделение небесной сферы на телесные углы равной площади

Виноградов И. С., Класс Е.В.

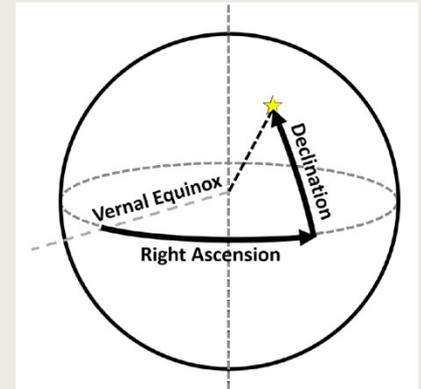
Центральный научно-исследовательский институт химии и механики им. Д.И. Менделеева, (ФГУП ЦНИИХМ)
Москва Нагатинская 16а

Предпосылки

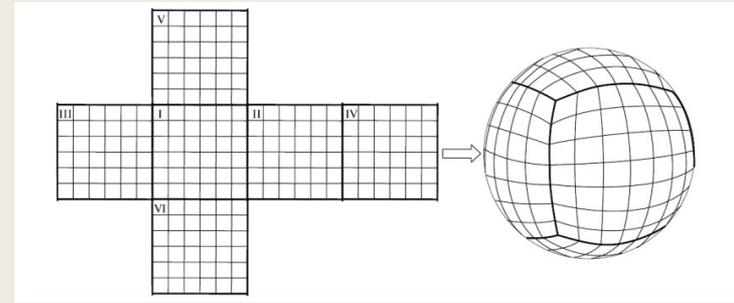
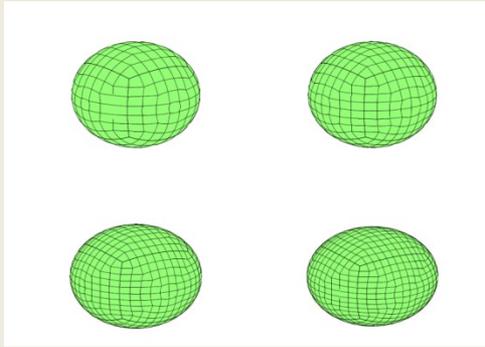
- Малогабаритный звездный датчик
- Рабочий каталог сформирован с ограничением яркости до 5...6 звездной величины
- Распределение звезд по небесной сфере в рабочем каталоге не является равномерным: их много в плоскости Галактики и мало в полюсах
- Алгоритмы поиска идентификации эффективно работают при равномерном распределении исходных данных
- Параметры, определяющие геометрическое положение звезд в полных каталогах (Hipparcos и т.п.), – прямое восхождение и склонение не позволяют равномерно распределить звезды по сфере



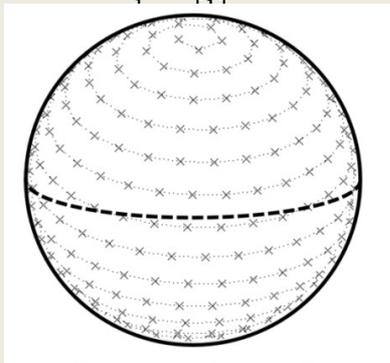
Необходима равномерная сетка по небесной сфере с учетом распределений звезд и простым алгоритмом поиска



Примеры используемых сеток



Отображение сетки на квадрате через куб в масштабируемую сетку на



Разбиение граней куба на ячейки и их центральная проекция на небесную сферу [2]



1. Rosca, D., Plonka, G. Uniform spherical grids via equal area projection from the cube to the sphere. *J. Comput. Appl. Math.* 236, 1033–1041 (2011).
2. Бирюков А. В., Захаров А. И., Никифоров М. Г., Николаев Ф. Н., Прохоров М. Е., Тучин М. С. Навигационный звёздный каталог минимального объёма, привязанный к квазиравномерной сетке на небесной сфере. // Сб. тр. 3-й Международной конференции «Современные проблемы ориентации и навигации космических аппаратов» / Под ред. Г. А. Аванесова. М.: ИКИ РАН, 2013. С. 230–242.
3. Gerhard, J. A Geometric Hashing Technique for Star Pattern Recognition. Master's Thesis, West Virginia University, Morgantown, WV, USA, 2016.
4. P. Leopardi. A partition of the unit sphere into regions of equal area and small diameter, *Electron. Trans. on Numer. Anal.* 25 (2006), 309–327.

Сетка Карлсона

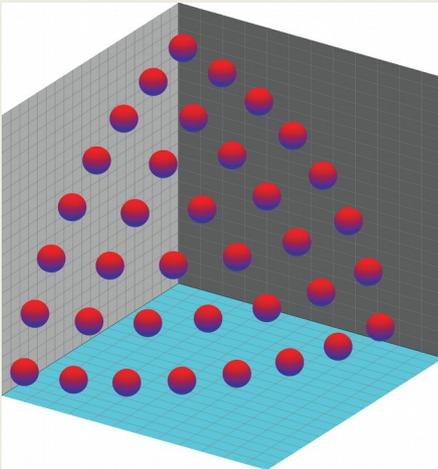
Особенности – много ячеек на экваторе и мало на полюсах.

Площадь единичного телесного

угла $\delta\omega = \delta\cos\vartheta\delta\varphi$

ϑ – полярный угол,

φ – азимутальный угол.



Узлы сетки Карлсона при $n=8$ (из [2])

1. Деление по косинусу полярного угла
2. Арифметическая прогрессия:
 a_1 – первый член прогрессии ($\delta\cos(\vartheta)_1$),
 n – число членов полярной сетки в интервале 0° до 90°
 a_1 – разность прогрессии.
3. Ширина интервала постепенно увеличивается на a_1 .
4. $a_1 = 2/(n*(n+1))$
5. Азимутальный угол φ – арифметическая прогрессия по числу делений для каждого полярного интервала:
 $k\varphi_1$ – число делений по азимуту для первого интервала по полярному углу (выбор по особенностям задачи)
 $k\varphi_1$ – разность прогрессии
 $n k\varphi_1$ – число делений по φ на экваторе
5. Нижняя полусфера – зеркальное отображение верхней
6. Полное число разбиений N_{sum} по сфере от 0° до 180°
 $N_{sum} = (N/2 + N^2/4) k\varphi_1$, $N = 2n$

1. B.G. Carlson. A Method of Characteristics and Other Improvements in Solutions Methods for the Transport Equations. *Nuclear Science and Engineering*, v. 61, 1976, pp. 408–425.

2. А. М. Волощенко, А. А. Руссков. Квадратурные формулы типа Гаусса для сферы с узлами, обладающими симметрией правильной призмы. // ЖВМ и МФ. 2020, т. 60, № 7, с. 1095–1110.

Распределение звезд по ячейкам сетки Карлсона

Телесный угол матрицы

$$\delta\omega_M = \left(\frac{d}{F} M\right)^2,$$

d – линейный размер пикселя
 F – фокус
 M – линейный размер матрицы

Оптическая система:

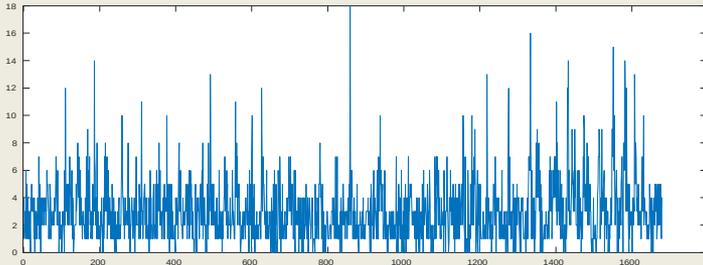
d=4.4mkm, F=32mm

M×M=1280×1280 $\delta\omega=0.031$ страд

M×M=640×640 $\delta\omega=0.0077$ страд

Распределение звезд для N=40 $k_{\varphi 1}=4$

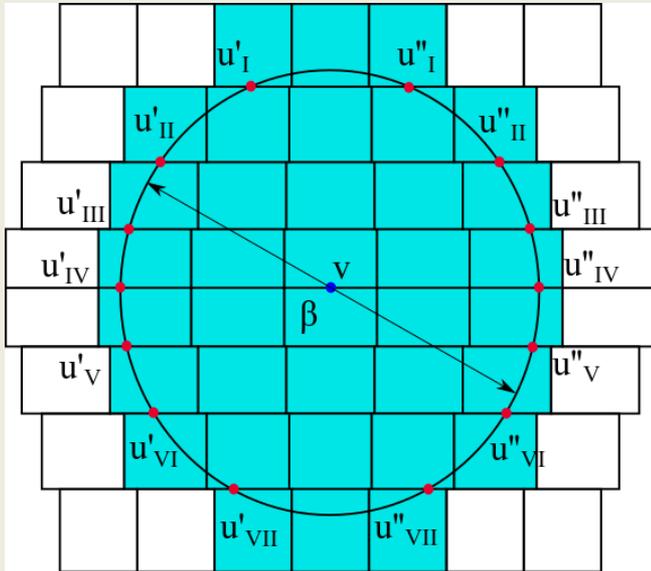
Nsum=1680



(Число звезд=5044, яркость до 6m), $k_{\varphi 1}=4$

Число звезд	N=30 $\delta\omega=1.3e-2$	N=40 $\delta\omega=7.48e-3$	N=60 $\delta\omega=3.37e-3$
0	13	110	1089
1	53	327	1270
2	91	370	760
3	147	321	349
4	157	221	165
5	141	135	42
6	104	77	19

Кластеризация сетки Карлсона



Вектор оси визирования v и массив векторов u , задающий точки пересечения поля зрения и меридианов сетки Карлсона:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\delta_v) \cos(\alpha_v) \\ \cos(\delta_v) \sin(\alpha_v) \\ \sin(\delta_v) \end{pmatrix}, \vec{u}_i = \begin{pmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \\ u_{i3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\delta_{ui}) \cos(\alpha_{ui}) \\ \cos(\delta_{ui}) \sin(\alpha_{ui}) \\ \sin(\delta_{ui}) \end{pmatrix};$$

Угол поля зрения β можно выразить через скалярное произведение векторов:

$$\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = v_1 u_1 + v_2 u_2 + v_3 u_3;$$

Сгруппировав известные величины:

$$a = v_1 \sqrt{1 - u_3^2}, b = v_2 \sqrt{1 - u_3^2}, c = \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) - v_3 u_3,$$

поиск векторов u сведётся к решению уравнения:

$$a \cdot \cos(\alpha_u) + b \cdot \sin(\alpha_u) = c$$

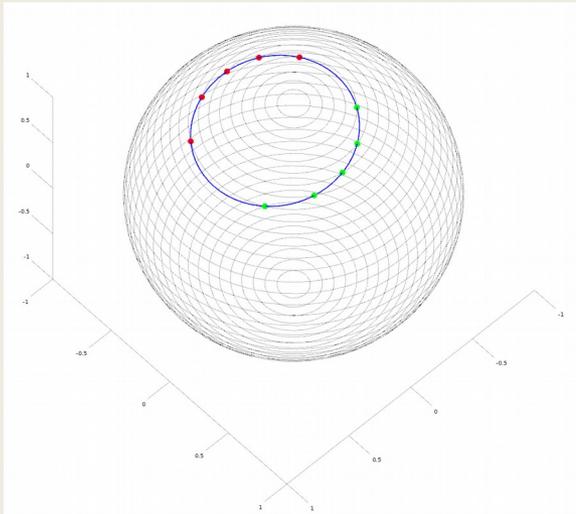
$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos(\alpha_u) + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin(\alpha_u) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}};$$

$$\cos(\phi) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \sin(\phi) = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}};$$

$$\cos(\phi) \cos(\alpha_u) + \sin(\phi) \sin(\alpha_u) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}};$$

$$\cos(\phi - \alpha_u) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}};$$

Кластеризация сетки Карлсона



В случае, если азимутальный угол между точками u'_1 и u''_1 внутри телесного угла больше 180° , т.е. в поле зрения попадает верхний полярный уровень сетки, в кластер включаются все ячейки выше уровня u_1 . Аналогичные действия выполняются, если в поле зрения попадает нижний полярный уровень.

Построенный кластер ячеек сетки Карлсона, позволяет через таблицу указателей ячеек получить быстрый доступ ко всем звёздам в базе данных, попавшим в поле зрения звёздного датчика.

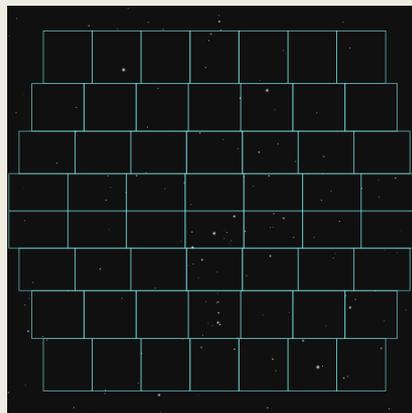


Таблица указателей
ячеек



Массив звёзд,
отсортированных по
ячейкам сетки
Карлсона

База данных звёзд, основанная на сетке Карлсона, существенно сокращает время определения звёзд, попавших в поле зрения звёздного датчика. Так для угла зрения прибора $\beta=15^\circ$ и числе узлов сетки $n=20$ время выделения звёзд сократится в 200 раз по сравнению с методом прямого перебора.